

Documents autorisés - Durée : 2 heures

Répondre directement sur cet énoncé, dans les cadres prévus à cet effet.

Soit un système dont la fonction de transfert en boucle ouverte est la suivante :

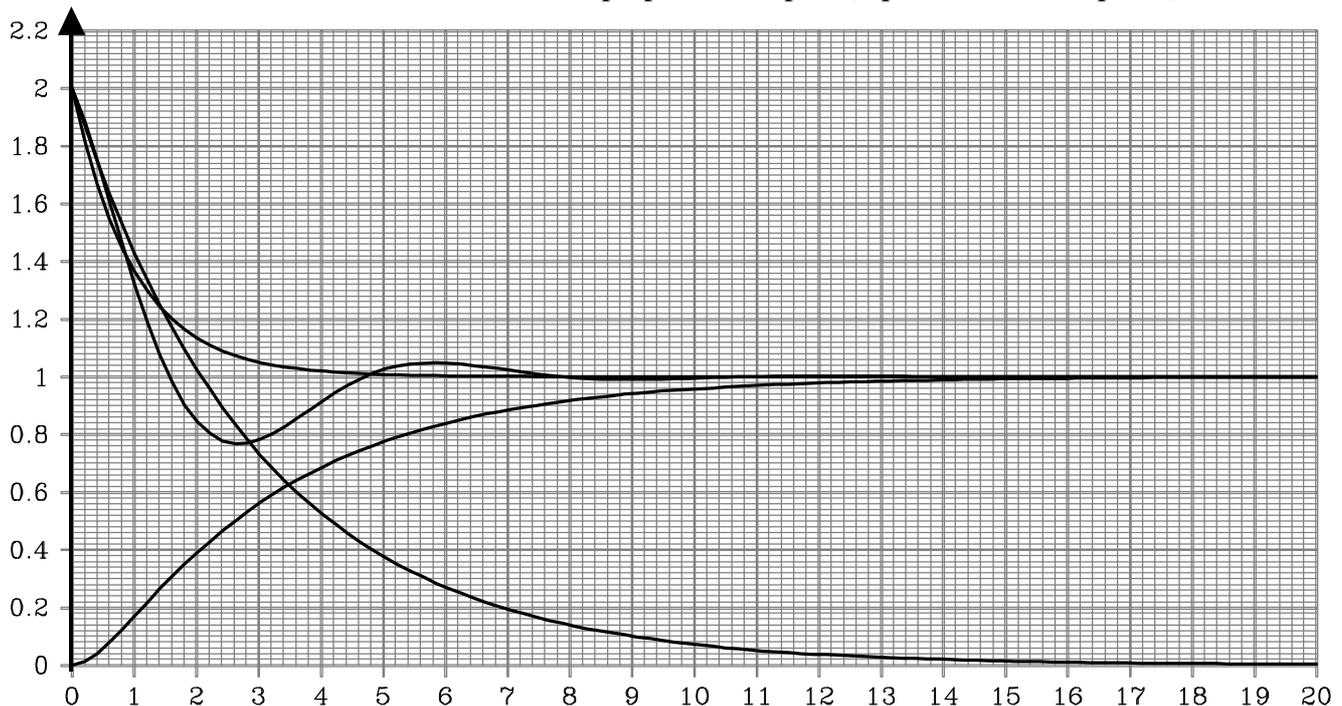
$$H(s) = \frac{2}{s \cdot (s + 2) \cdot (3s + 1)}$$

I. Etude du système en boucle ouverte (BO).

On soumet le système à une **impulsion**  $\delta(t)$ .

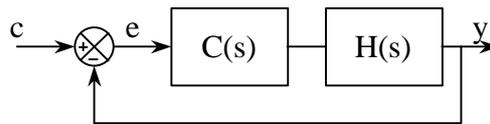
I.1. Déterminer l'expression de la sortie du système en fonction du temps.

I.2. En déduire l'allure de la sortie dans celles proposées ci-après (repérer la bonne réponse) :



## II. Etude du système en boucle fermée (BF).

On asservit le système en utilisant un correcteur  $C(s)$  comme indiqué ci-dessous.



Dans un premier temps, on prend  $C(s)=1$ .

II.1. Déterminer (rapidement) l'erreur statique du système en boucle fermée. Justifier votre réponse.

II.2. La fonction de transfert  $H(s)$  du système en boucle ouverte est représentée dans le diagramme de Black-Nichols (page 8). Les points de calcul correspondants sont donnés ci-après.

w	dB	deg.	w	dB	deg.	w	dB	deg.
0.01	40.0	-92.0	0.5	0.6	-160.3	22	-84.1	-263.9
0.011	39.2	-92.2	0.6	-2.2	-167.6	25	-87.4	-264.7
0.012	38.4	-92.4	0.75	-5.9	-176.6	30	-92.2	-265.5
0.013	37.7	-92.6	0.9	-9.1	-183.9	40	-99.7	-266.7
0.015	36.5	-93.0	1	-11.0	-188.1	50	-105.5	-267.3
0.018	34.9	-93.6	1.1	-12.7	-192.0	60	-110.2	-267.8
0.02	34.0	-94.0	1.2	-14.4	-195.4	75	-116.0	-268.2
0.022	33.1	-94.4	1.3	-15.9	-198.6	90	-120.8	-268.5
0.025	32.0	-95.0	1.5	-18.7	-204.3	100	-123.5	-268.7
0.03	30.4	-96.0	1.8	-22.5	-211.5	110	-126.0	-268.8
0.04	27.9	-98.0	2	-24.7	-215.5	120	-128.3	-268.9
0.05	25.9	-100.0	2.2	-26.8	-219.1	130	-130.4	-269.0
0.06	24.3	-101.9	2.5	-29.6	-223.7	150	-134.1	-269.1
0.075	22.3	-104.8	3	-33.8	-230.0	180	-138.8	-269.3
0.09	20.6	-107.7	4	-40.6	-238.7	200	-141.6	-269.3
0.1	19.6	-109.6	5	-46.1	-244.4	220	-144.1	-269.4
0.11	18.7	-111.4	6	-50.7	-248.4	250	-147.4	-269.5
0.12	17.9	-113.2	7.5	-56.3	-252.5	300	-152.1	-269.6
0.13	17.1	-115.0	9	-61.0	-255.4	400	-159.6	-269.7
0.15	15.7	-118.5	10	-63.7	-256.8	500	-165.5	-269.7
0.18	13.7	-123.5	11	-66.2	-258.0	600	-170.2	-269.8
0.2	12.6	-126.7	12	-68.4	-258.9	750	-176.0	-269.8
0.22	11.5	-129.7	13	-70.5	-259.8	900	-180.8	-269.9
0.25	10.0	-134.0	15	-74.2	-261.1	1000	-183.5	-269.9
0.3	7.8	-140.5	18	-78.9	-262.6			

II.2.a. Le système peut-il être stable en boucle fermée ? Justifier votre réponse.

II.2.b. Déterminer dans le plan de Black-Nichols le gain du système en boucle fermée lorsque la phase (en BF) vaut  $-180^\circ$ .

Gain = ..... dB (en BF, quand  $\varphi_{BF} = -180^\circ$ )

Porter ce point dans le diagramme de Black (On le notera A)

Conclure.

II.2.c. Déterminer  $m_g$  la marge de gain du système en BO.

$m_g = \dots\dots\dots$  dB

II.2.d. Déterminer  $m_\varphi$ , la marge de phase du système en BO.

$m_\varphi = \dots\dots\dots$  degrés

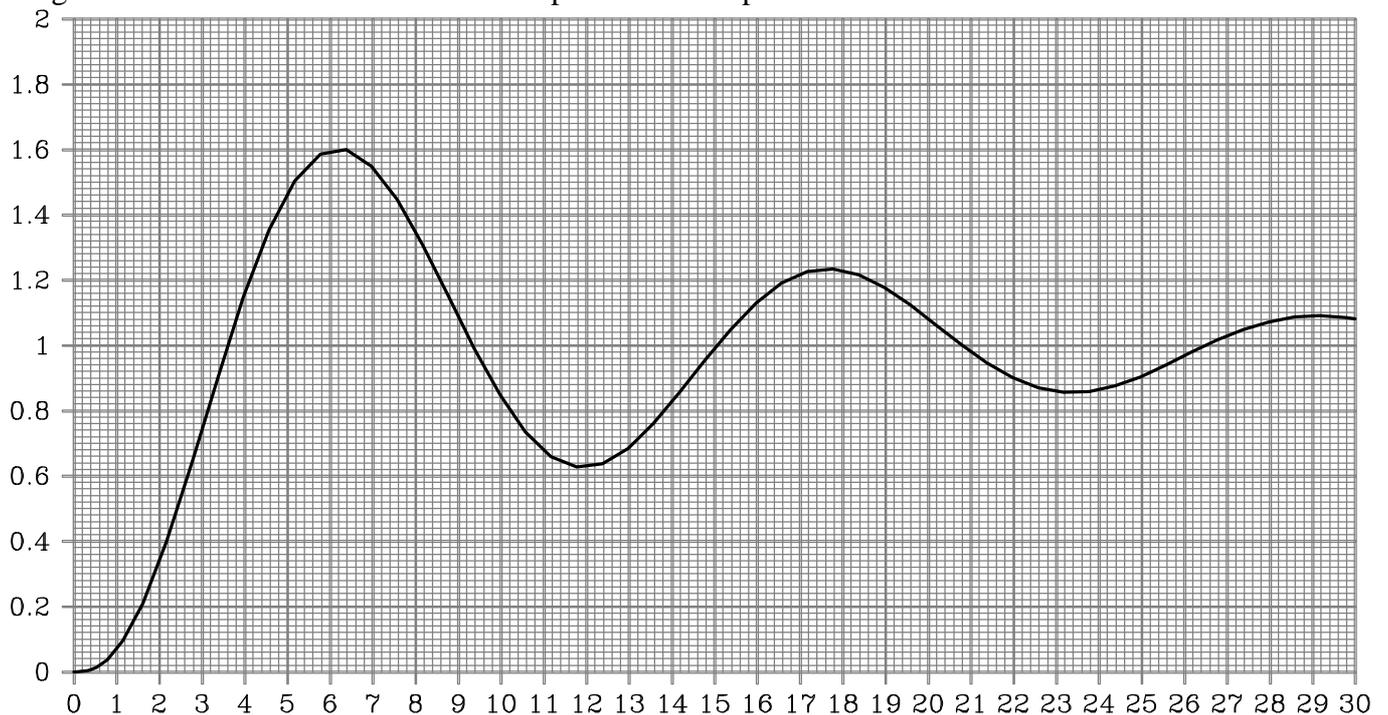
II.2.e. Déterminer  $\omega_R$ , la pulsation de résonance du système en BF.

$\omega_R = \dots\dots\dots$  radians/seconde

Porter ce point dans le diagramme de Black

Gain atteint en  $\omega_R$  : ..... dB (en BF)

I.2.g. On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : .....

Déterminer le temps de réponse à 5% : .....

### II.3. Correcteur proportionnel.

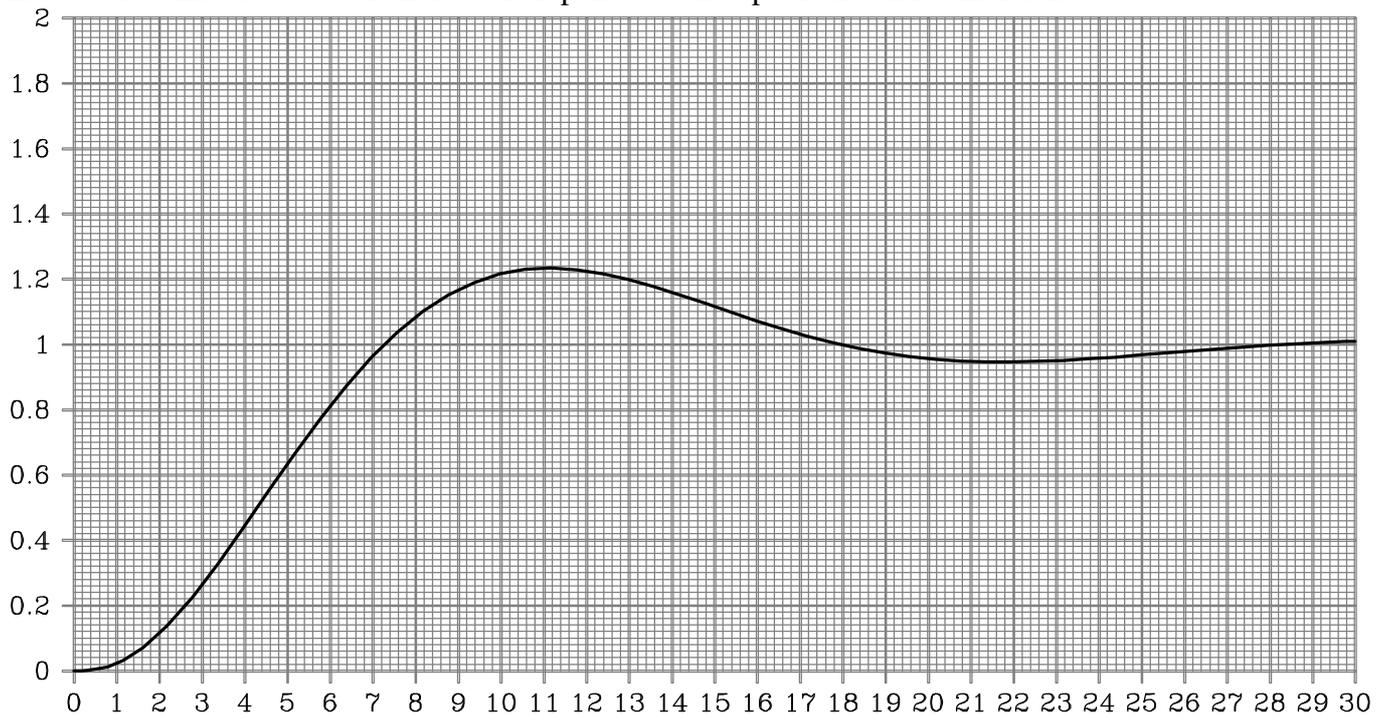
On met en place un correcteur proportionnel :  $C(s)=K_P$  pour obtenir une marge de phase de  $45^\circ$ .

II.3.a. Déterminer la valeur  $K_P$  du gain proportionnel à appliquer pour satisfaire cette contrainte.

$K_P = \dots\dots\dots$ dB, soit, un gain (linéaire) = .....

II.3.b. Tracer alors dans le plan de Black la nouvelle fonction de transfert obtenue dans la chaîne directe.  
(*Courbe 1*)

II.3.c. On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : .....

Déterminer le temps de réponse à 5% : .....

Conclure :

**II.4. Correcteur à avance de phase.**

On met en place un correcteur dont la fonction de transfert est :  $C(s) = K_C \cdot \frac{1 + \frac{s}{w_1}}{1 + \frac{s}{w_2}}$

Etudier  $C(j\omega)$  et tracer les diagrammes de Bode *asymptotiques* lorsque  $\omega_1 < \omega_2$ , et lorsque  $\omega_1 > \omega_2$  :

On pourra ramener l'étude à celle de la fonction  $\left(1 + \frac{s}{w_i}\right)$

$\omega \rightarrow 0$  :

$\omega \rightarrow \infty$  :

$\omega = \omega_1$  :

$\omega = \omega_2$  :

$w_1 < w_2$   
Diagrammes de Bode

Gain :

Phase :

$w_1 > w_2$   
Diagrammes de Bode

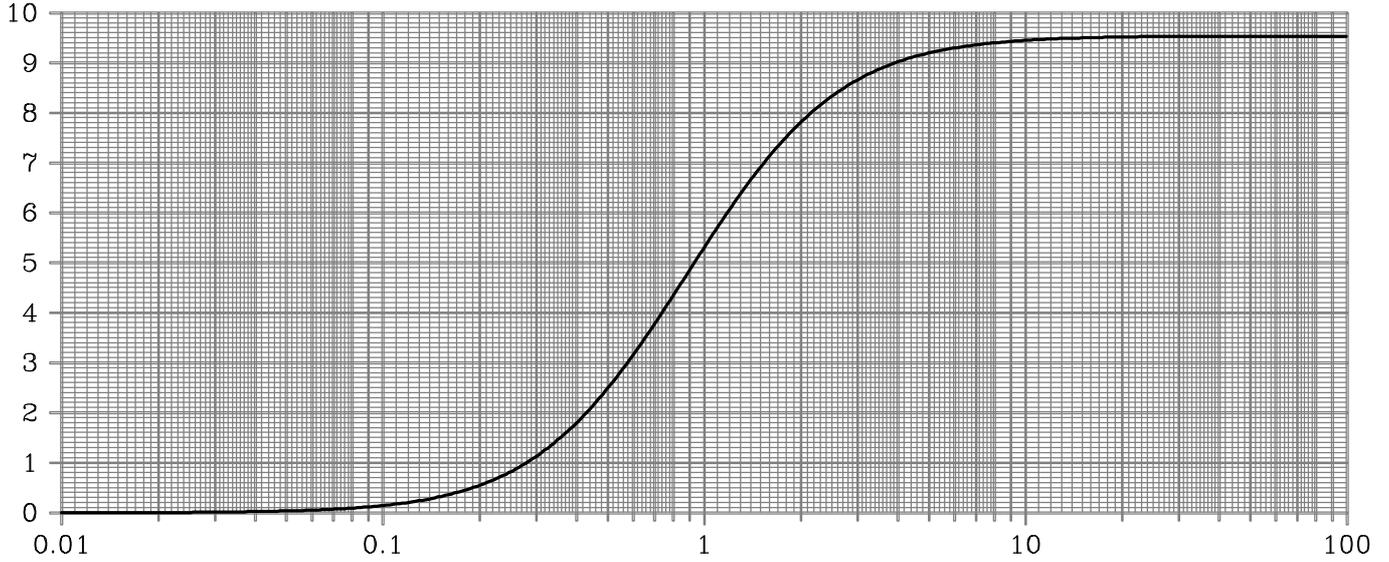
Gain :

Phase :

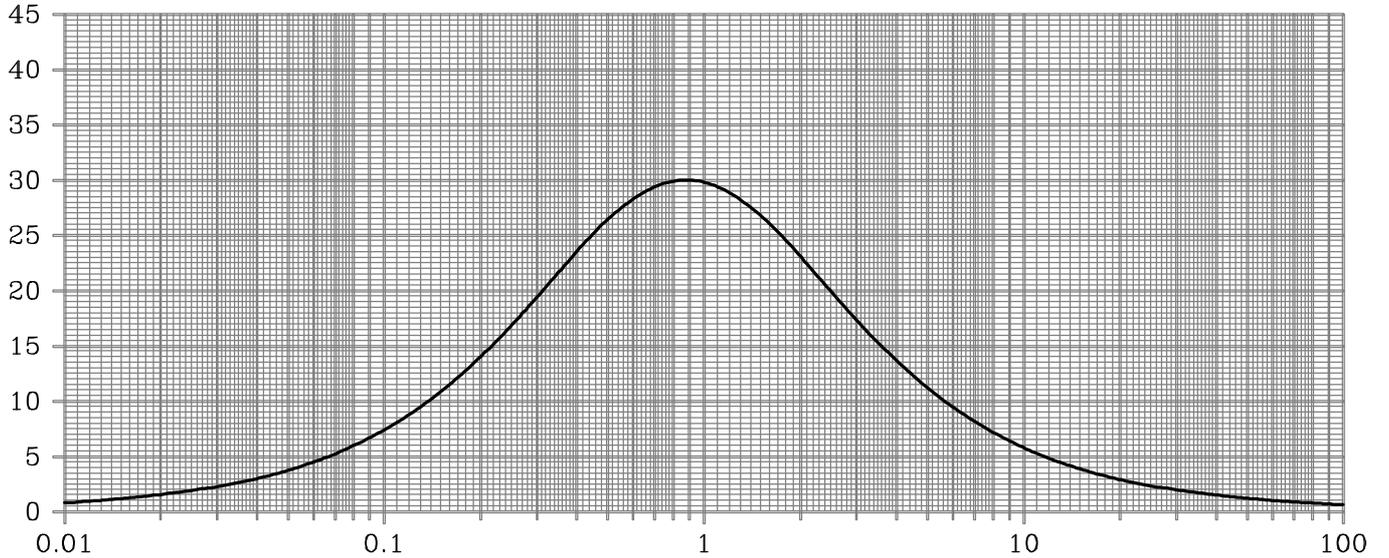
On prend  $w_1=0.51$  ras/s,  $w_2=1.53$  rad/s et  $K_C=1$ .

Les diagrammes de Bode correspondants sont les suivants :

**Gain :**



**Phase :**



En déduire et tracer la réponse de la chaîne directe  $(C(s) \cdot H(s))$  dans le plan de Black. (Courbe 2)  
Indiquer brièvement comment on obtient cette courbe.

Quelle est alors la marge de phase obtenue ?

$m_\phi = \dots\dots\dots$  degrés

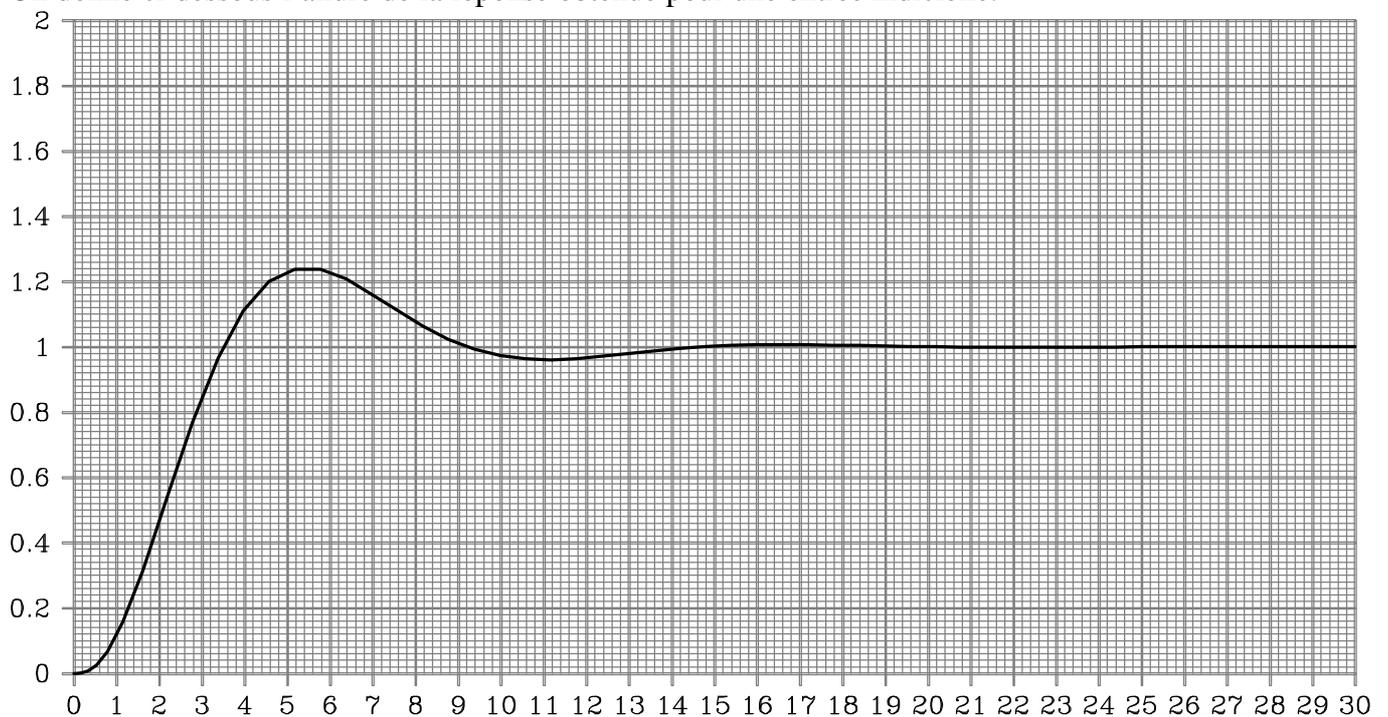
Déterminer  $K_C$  pour obtenir une marge de phase de  $45^\circ$ .

$K_C = \dots\dots\dots$ dB, soit, un gain (linéaire) = .....

Tracer la nouvelle réponse de la chaîne directe  $(C(s) \cdot H(s))$  dans le plan de Black. (*Courbe 3*)

Quel est l'intérêt de ce correcteur ?

On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : .....

Déterminer le temps de réponse à 5% : .....

Conclure :

8/8

Nom : .....

