Nom : *Corrigé M. DELOIZY*

UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

EXAMEN ASSERVISSEMENT

MAI 2002

ITII FILIÈRE MÉCANIQUE

CORRIGÉ

Documents autorisés - Durée : 2 heures
Répondre directement sur cet énoncé, dans les cadres prévus à cet effet.

Soit un système dont la fonction de transfert en boucle ouverte est la suivante :

$$H(s)=\frac{2}{s\cdot(s+2)\cdot(3s+1)}$$

I. Etude du système en boucle ouverte (BO).

On soumet le système à une **impulsion** $\delta(t)$.

I.1. Déterminer l'expression de la sortie du système en fonction du temps.

$e(t)=\delta(t) \Rightarrow E(s)=1$

On a donc la sortie Y du système qui s'écrit :

$$\boxed{Y(s)=H(s)\cdot E(s)=H(s)=\frac{2}{s\cdot(s+2)\cdot(3s+1)}}$$

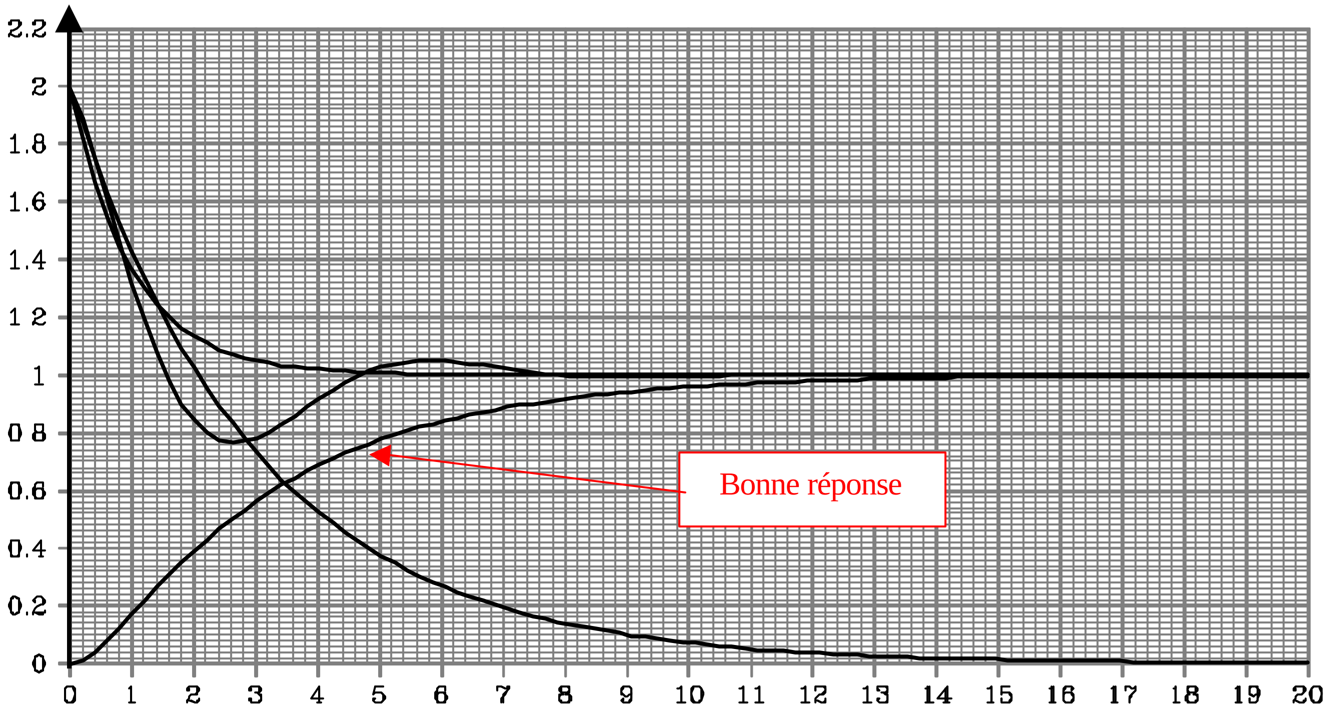
La décomposition en éléments simples donne :

$$\boxed{Y(s)=\frac{1}{s}+\frac{1/5}{s+2}-\frac{18/5}{3s+1}=\frac{1}{s}+\frac{1/5}{s+2}-\frac{6/5}{s+1/3}}$$

d'où : $\boxed{y(t)=\left[1+\frac{1}{5}\cdot e^{-2t}-\frac{6}{5}\cdot e^{-\frac{t}{3}}\right]\cdot\Gamma(t)}$

Quand $t\to\infty \Rightarrow y(t)\to 1$
$t=0^{+} \Rightarrow y(t)=0$
ce qui nous permet de repérer la bonne réponse à la question I.2

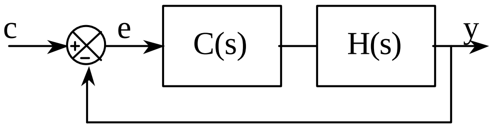
I.2. En déduire l'allure de la sortie dans celles proposées ci-après (repérer la bonne réponse) :



Nom : *Corrigé M. DELOIZY*

II. Etude du système en boucle fermée (BF).

On asservit le système en utilisant un correcteur C(s) comme indiqué ci-dessous.



Dans un premier temps, on prend C(s)=1.

II.1. Déterminer (rapidement) l'erreur statique du système en boucle fermée. Justifier votre réponse.

Le système comprenant un intégrateur (s au dénominateur, pôle nul), il ne produira pas d'erreur statique en boucle fermée (c'est ce que l'on recherche normalement avec un correcteur PI, non nécessaire ici)

II.2. La fonction de transfert H(s) du système en boucle ouverte est représentée dans le diagramme de Black-Nichols (page 8). Les points de calcul correspondants sont donnés ci-après.

w	dB	deg.
0.01	40.0	-92.0
0.011	39.2	-92.2
0.012	38.4	-92.4
0.013	37.7	-92.6
0.015	36.5	-93.0
0.018	34.9	-93.6
0.02	34.0	-94.0
0.022	33.1	-94.4
0.025	32.0	-95.0
0.03	30.4	-96.0
0.04	27.9	-98.0
0.05	25.9	-100.0
0.06	24.3	-101.9
0.075	22.3	-104.8
0.09	20.6	-107.7
0.1	19.6	-109.6
0.11	18.7	-111.4
0.12	17.9	-113.2
0.13	17.1	-115.0
0.15	15.7	-118.5
0.18	13.7	-123.5
0.2	12.6	-126.7
0.22	11.5	-129.7
0.25	10.0	-134.0
0.3	7.8	-140.5

w	dB	deg.
0.5	0.6	-160.3
0.6	-2.2	-167.6
0.75	-5.9	-176.6
0.9	-9.1	-183.9
1	-11.0	-188.1
1.1	-12.7	-192.0
1.2	-14.4	-195.4
1.3	-15.9	-198.6
1.5	-18.7	-204.3
1.8	-22.5	-211.5
2	-24.7	-215.5
2.2	-26.8	-219.1
2.5	-29.6	-223.7
3	-33.8	-230.0
4	-40.6	-238.7
5	-46.1	-244.4
6	-50.7	-248.4
7.5	-56.3	-252.5
9	-61.0	-255.4
10	-63.7	-256.8
11	-66.2	-258.0
12	-68.4	-258.9
13	-70.5	-259.8
15	-74.2	-261.1
18	-78.9	-262.6

w	dB	deg.
22	-84.1	-263.9
25	-87.4	-264.7
30	-92.2	-265.5
40	-99.7	-266.7
50	-105.5	-267.3
60	-110.2	-267.8
75	-116.0	-268.2
90	-120.8	-268.5
100	-123.5	-268.7
110	-126.0	-268.8
120	-128.3	-268.9
130	-130.4	-269.0
150	-134.1	-269.1
180	-138.8	-269.3
200	-141.6	-269.3
220	-144.1	-269.4
250	-147.4	-269.5
300	-152.1	-269.6
400	-159.6	-269.7
500	-165.5	-269.7
600	-170.2	-269.8
750	-176.0	-269.8
900	-180.8	-269.9
1000	-183.5	-269.9

II.2.a. Le système peut-il être stable en boucle fermée ? Justifier votre réponse.

La courbe de H(s) dans le plan de Black passe à droite du point (-1) suffisamment loin pour qu'on puisse supposer que le système sera stable en boucle fermée.

II.2.b. Déterminer dans le plan de Black-Nichols le gain du système en boucle fermée lorsque la phase (en BF) vaut –180°.

Gain = -2,5 dB (en BF, quand $\varphi_{BF} = -180°$)

Porter ce point dans le diagramme de Black (On le notera **A**)

Conclure.
Au point A, le gain en BF est inférieur à 0db lorsque la phase en BF atteint –180°. Le système est donc stable en boucle fermée.

II.2.c. Déterminer m_g la marge de gain du système en BO.

m_g = 7,36 dB

II.2.d. Déterminer m_φ, la marge de phase du système en BO.

m_φ = 18 degrés

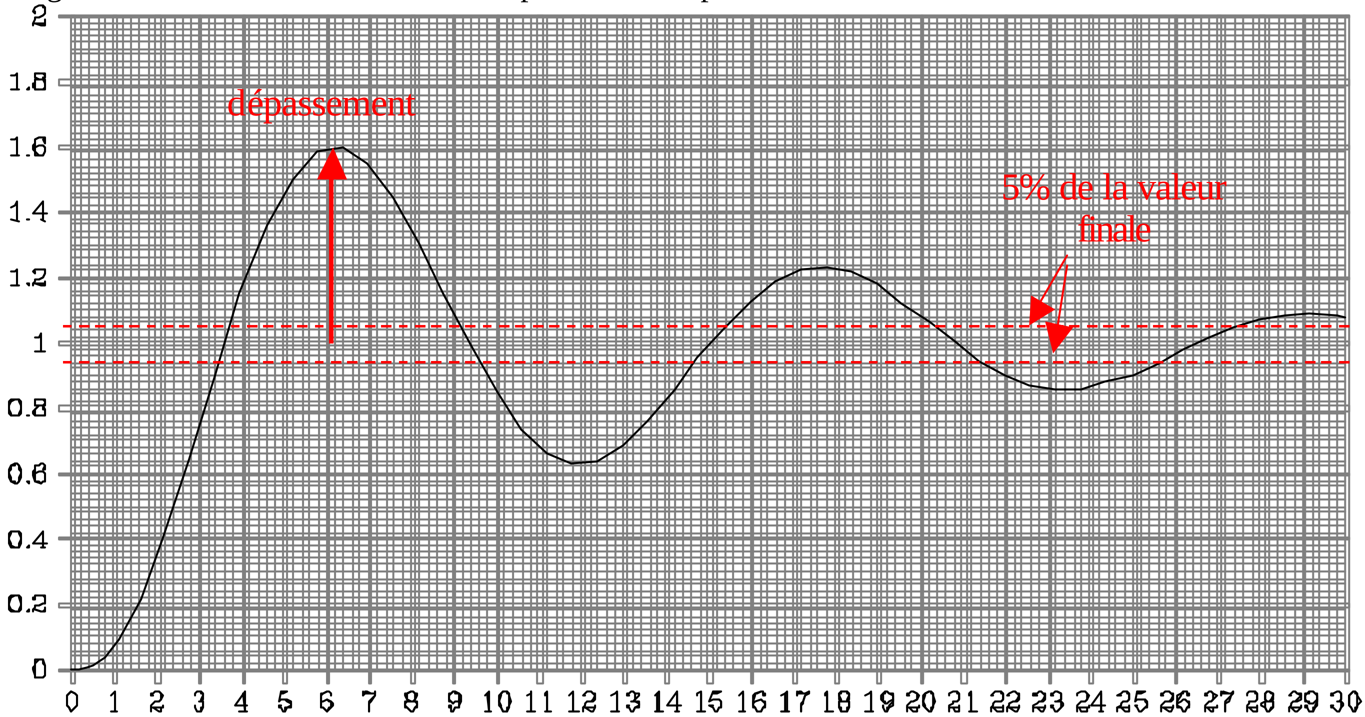
II.2.e. Déterminer ω_R, la pulsation de résonance du système en BF.

ω_R = 0,54 radians/seconde

Porter ce point dans le diagramme de Black

Gain atteint en ω_R : 10,3 dB (en BF)

I.2.g. On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : 60 %

Déterminer le temps de réponse à 5% : >30 secondes (probablement de l'ordre de 31 s).

II.3. Correcteur proportionnel.

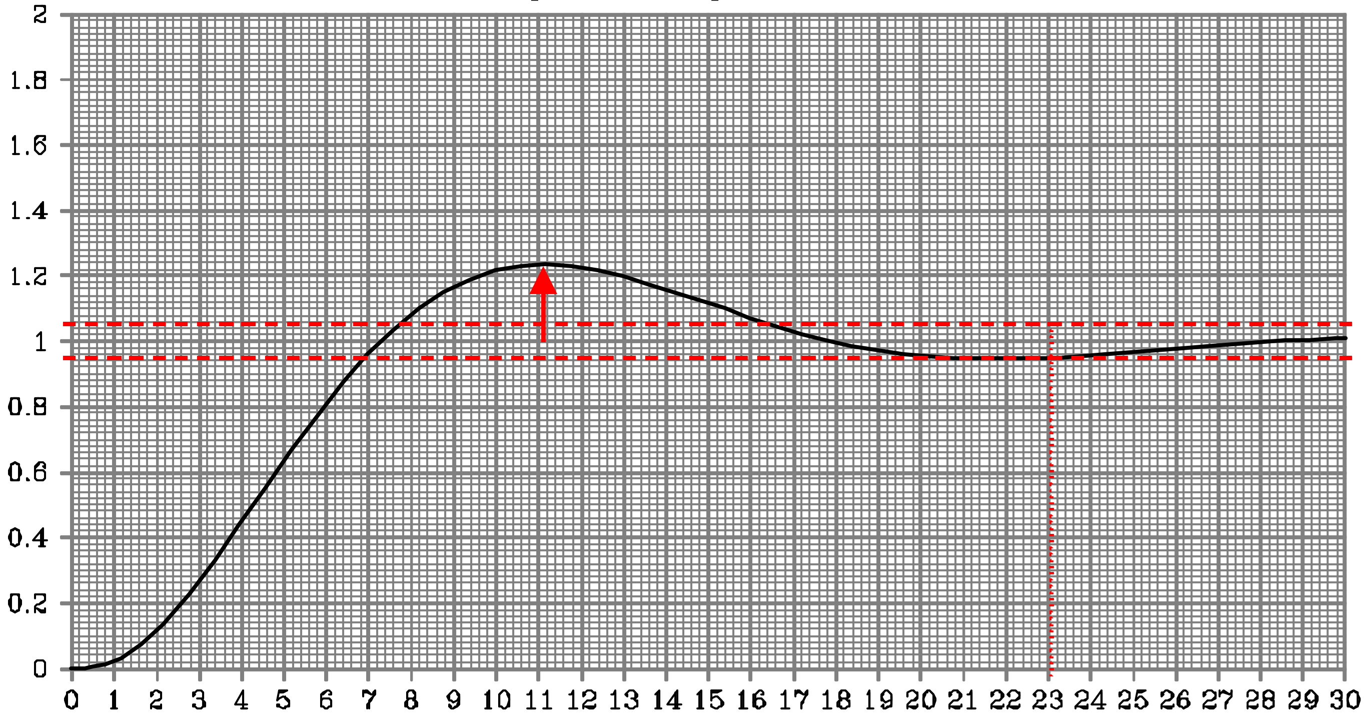
On met en place un correcteur proportionnel : **$C(s)=K_P$** pour obtenir une marge de phase de 45°.

II.3.a. Déterminer la valeur K_P du gain proportionnel à appliquer pour satisfaire cette contrainte.

K_P = -9,69 dB, soit, un gain (linéaire) = 0,33

II.3.b. Tracer alors dans le plan de Black la nouvelle fonction de transfert obtenue dans la chaîne directe.
(Courbe 1)

II.3.c. On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : 23 %

Déterminer le temps de réponse à 5% : 23 s

Conclure :
Le système présente moins de dépassement et se stabilise plus vite grâce à l'accroissement de la marge de phase obtenu par l'action proportionnelle.

II.4. Correcteur à avance de phase.

On met en place un correcteur dont la fonction de transfert est : $C(s) = K_C \cdot \dfrac{1+\dfrac{s}{w_1}}{1+\dfrac{s}{w_2}}$

Etudier C(jω) et tracer les diagrammes de Bode *asymptotiques* lorsque $\omega_1 < \omega_2$, et lorsque $\omega_1 > \omega_2$:

ω → 0 : $\boxed{C(jw) \to K_C}$ $\boxed{\Rightarrow |C(jw)|_{dB} \to 20\cdot\log(|K_C|)}$ et $\boxed{\arg(C(jw)) \to \begin{vmatrix} 0 & si\ K_C \geq 0 \\ p & si\ K_C < 0 \end{vmatrix}}$

ω → ∞ : $\boxed{C(jw) \to K_C \cdot \dfrac{w_2}{w_1}}$ $\boxed{\Rightarrow |C(jw)|_{dB} \to 20\cdot\log\left(|K_C|\cdot\dfrac{w_2}{w_1}\right)}$ et $\boxed{\arg(C(jw)) \to \begin{vmatrix} 0 & si\ K_C \geq 0 \\ p & si\ K_C < 0 \end{vmatrix}}$

Etude de $C_i(s) = 1+\dfrac{s}{w_i}$:

ω → 0 : $\boxed{C(jw) \to 1}$ $\boxed{\Rightarrow |C(jw)|_{dB} \to 0dB}$ et $\boxed{\arg(C(jw)) \to 0}$

ω → ∞ : $\boxed{C(jw) \to j\dfrac{w}{w_i}}$ $\boxed{\Rightarrow |C(jw)|_{dB} \to 20\cdot\log(w) - 20\cdot\log(w_i)}$ droite de pente +20dB/décade passant par $[\omega_i, 0dB]$

et $\boxed{\arg(C(jw)) \to \dfrac{p}{2}}$

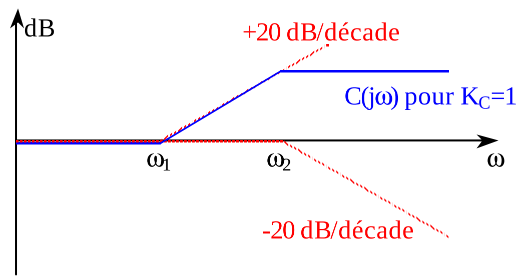
ω → ω_i : $\boxed{C(jw) = 1+j}$ $\boxed{\Rightarrow |C(jw)|_{dB} = 20\cdot\log(\sqrt{2}) = 3dB}$ et $\boxed{\arg(C(jw)) = \dfrac{p}{4}}$

d'où les diagrammes de Bode :

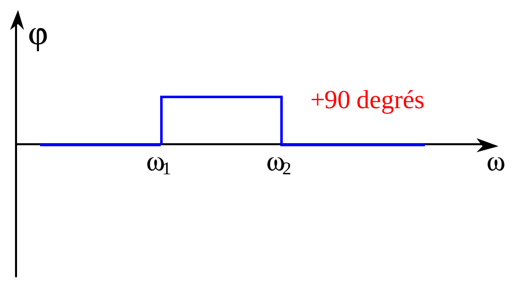
$w_1 < w_2$

Diagrammes de Bode

Gain :



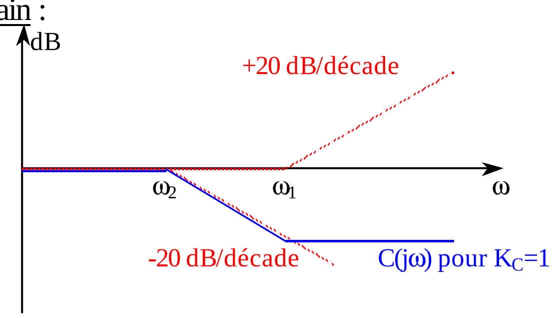
Phase :



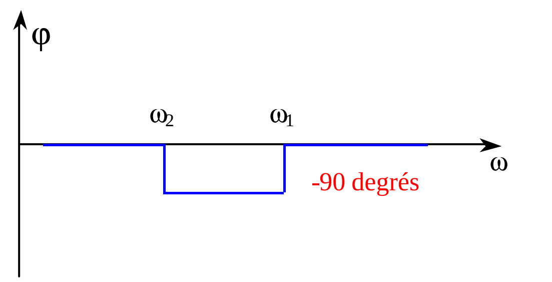
$w_1 > w_2$

Diagrammes de Bode

Gain :



Phase :

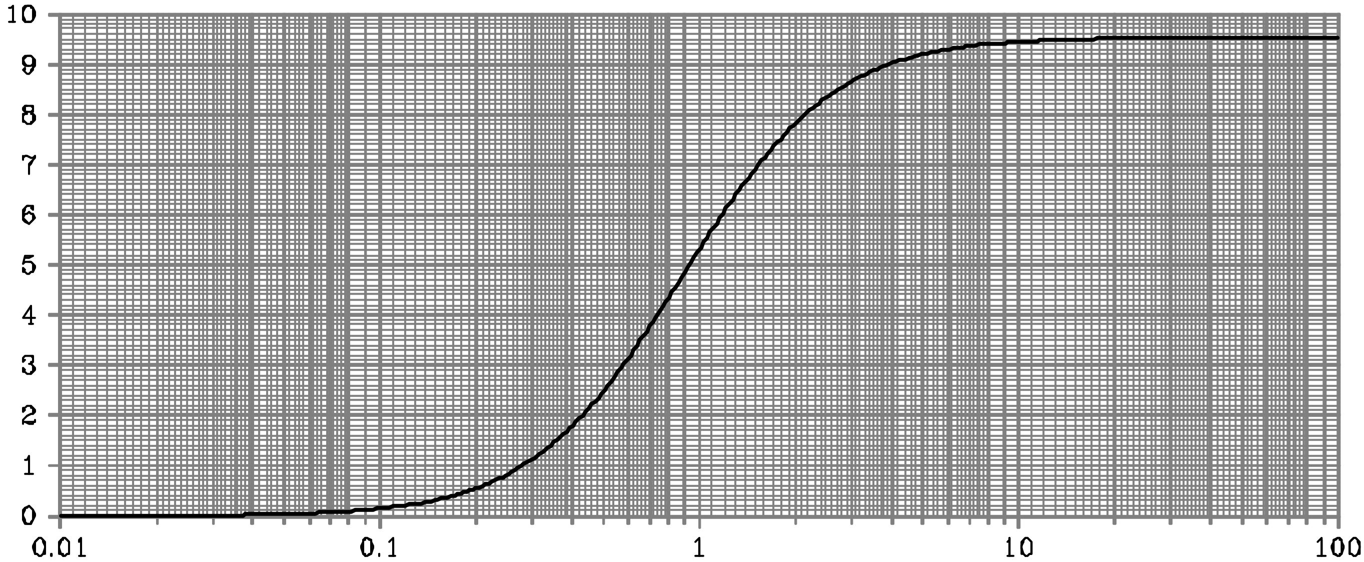


Nom : *Corrigé M. DELOIZY*

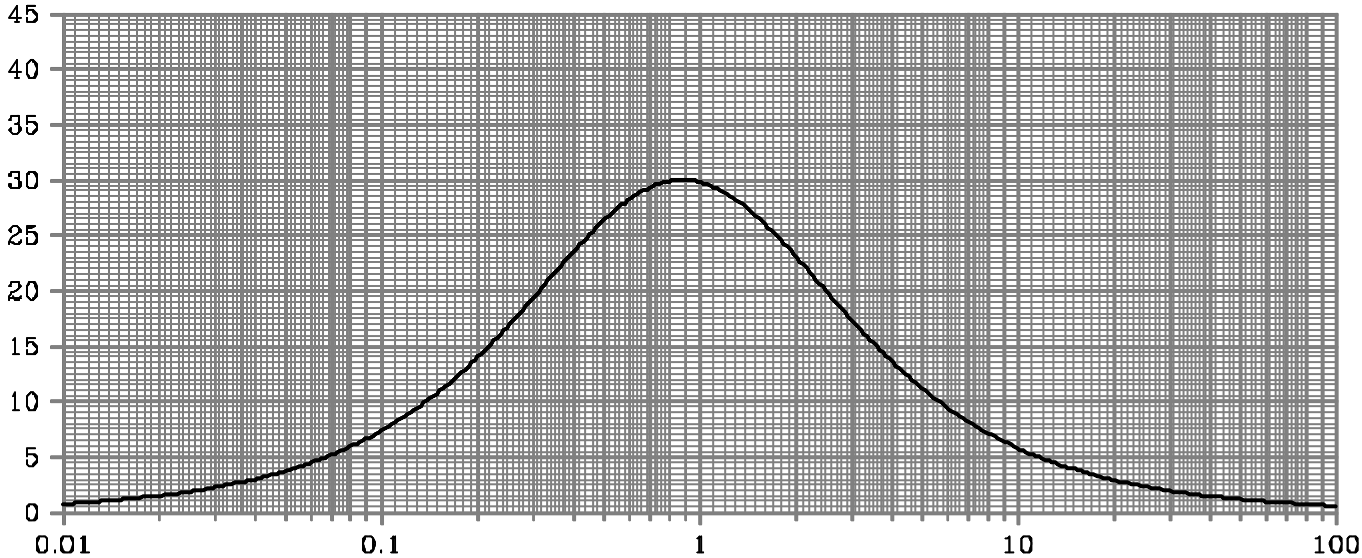
On prend w_1=0.51 ras/s, w_2=1.53 rad/s et K_C=1.

Les diagrammes de Bode correspondants sont les suivants :

Gain :



Phase :



En déduire et tracer la réponse de la chaîne directe $\left(C(s)\cdot H(s)\right)$ dans le plan de Black. *(Courbe 2)*

Indiquer brièvement comment on obtient cette courbe.

On peut relever dans les diagrammes de Bode le module et la phase pour chaque pulsation. Il suffit alors d'ajouter ces valeurs à celles obtenues dans le tableau de H(s) (en page 2) et de reporter le résultat dans le diagramme de Black (page 8).

En effet, $\boxed{\left|C(w)\cdot H(w)\right|_{dB} = \left|C(w)\right|_{dB} + \left|H(w)\right|_{dB}}$

Et $\boxed{\arg\left(C(w)\cdot H(w)\right) = \arg\left(C(w)\right) + \arg\left(H(w)\right)}$

Quelle est alors la marge de phase obtenue ?

m_φ = 38,1 degrés

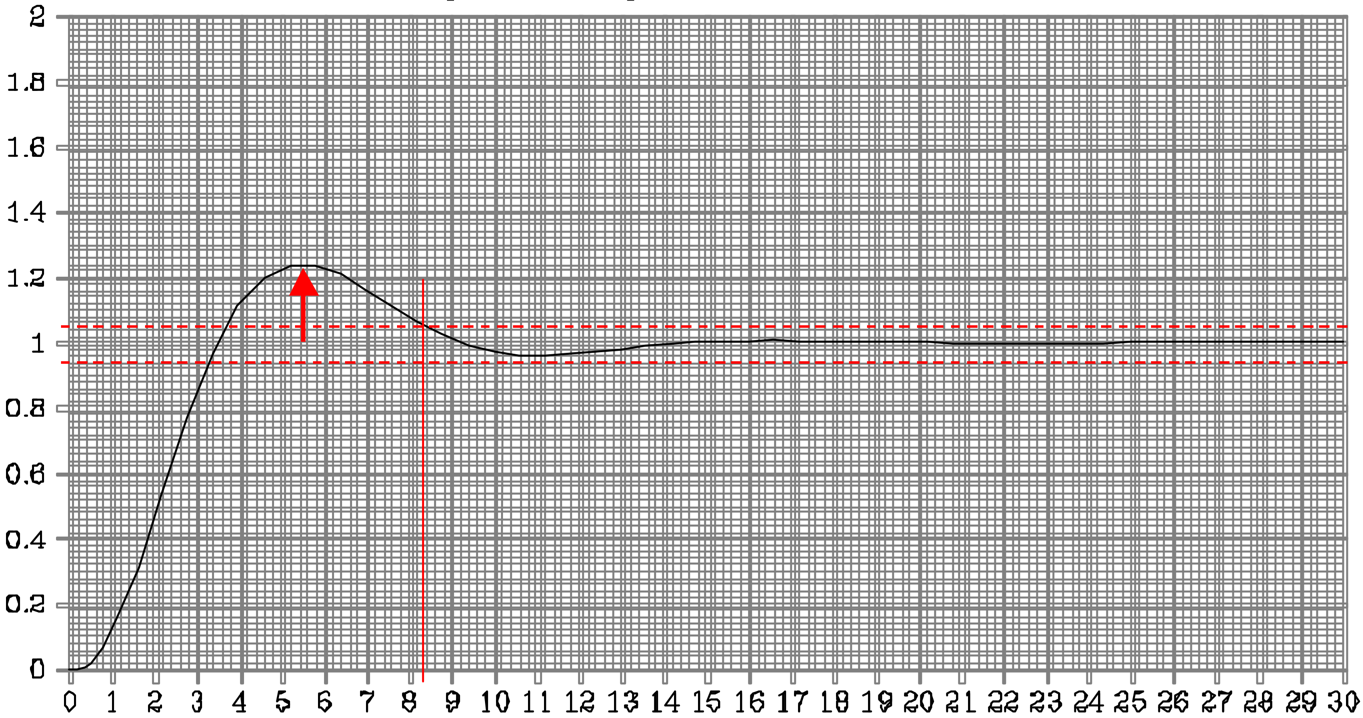
Déterminer K_C pour obtenir une marge de phase de 45°.

K_C = -2,7 dB, soit, un gain (linéaire) = 0,73

Tracer la nouvelle réponse de la chaîne directe $\left(C(s)\cdot H(s)\right)$ dans le plan de Black. *(Courbe 3)*

Quel est l'intérêt de ce correcteur ?
Grâce à l'avance de phase localisée, il permet d'accroître la marge de phase, et donc d'augmenter la stabilité du système.

On donne ci-dessous l'allure de la réponse obtenue pour une entrée indicielle.



Déterminer l'amplitude du dépassement obtenu (en %) : 24 %

Déterminer le temps de réponse à 5% : 8,3 s

Conclure :
Avec ce correcteur, on a diminué significativement le temps de réponse du système. On a limité le dépassement à 25% en conservant une marge de phase à 45°.

Nom : *Corrigé M. DELOIZY*